



ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИЗНОСОСТОЙКОСТИ ИЗДЕЛИЙ

Расчёт температур и прогнозирование
характеристик трения
фрикционных устройств
(тормозов и муфт)

Р 50-54-97 88

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ КОМИТЕТ СССР ПО СТАНДАРТАМ

(Госстандарт СССР)

Всесоюзный научно-исследовательский институт по
нормализации в машиностроении

(ВНИИМаш)

Утверждены
Приказом ВНИИМаш
№ 157 от 09.06.1988 г.

Обеспечение износостойкости изделий

Расчет температур и прогнозирование
характеристик трения фрикционных
устройств (тормозов и муфт)

Р е к о м е н д а ц и я

Р 50-54-97-88

Москва 1988

УДК 622-242

Группа Т 61

РЕКОМЕНДАЦИИ

Обеспечение износостойкости изделий.Расчет температур и прогнозирование
характеристик трения фрикционных
устройств (тормозов и муфт)

Р 50-54-97-88

ОКСТУ 0023

Настоящие рекомендации (Р) позволяют рассчитать среднюю температуру на поверхности трения, температурный градиент по нормали к ней, температурные напряжения при нагреве и остывании деталей фрикционных устройств и оценить режимы их повторно-кратковременной работы по критериям термической нагруженности.

Для оценки работоспособности проектируемых фрикционных устройств широко используются методы тепловой динамики и моделирования, позволяющие рассчитывать их фрикционно-износные характеристики по параметрам трения и изнашивания. Однако все они требуют довольно сложных расчетов. В данных Р рассматривается метод выявления температурных пределов применимости различных сплавов для шкивов тормозов и муфт по критериям трещинообразования вследствие термических напряжений и термонагруженности, который дополняет и развивает имеющиеся методы. Сущность его в использовании обобщенного параметра для решения дифференциальных уравнений процесса.

Применяя анализ равномерности (единиц измерения, времени, длины, массы и т.д.), сокращают количество переменных, входящих в дифференциальное уравнение, и этим уменьшают число начальных и граничных условий решаемой задачи. Тем самым задача математической физики сводится к решению обычного дифференциального уравнения, что позволяет существенно экономить и регламентировать время выполнения расчетов.

Предназначены для специалистов НИИ, КБ, преподавателей и аспирантов машиностроительных вузов.

1. КОНСТРУКЦИЯ ФРИКЦИОННЫХ УЗЛОВ ЛЕНТОЧНО-КОЛОДОЧНЫХ ТОРМОЗОВ И ШИННО-ПНЕВМАТИЧЕСКИХ МУФТ

фрикционные устройства различают по виду контактирования [8]. Ленточно-колодочные тормоза и шинно-пневматические муфты относят ко второму роду, так как коэффициент взаимного перекрытия $K_{вз} \leq 1$.

За исследуемый объект были приняты фрикционные узлы ленточно-колодочного тормоза (рис. 1а) и шинно-пневматической муфты (рис.1б), применяемые в машинах с тяжелым режимом работы.

Ленточно-колодочные тормоза отличаются простотой конструкции. Жесткие колодки закрепляются на относительно гибкой стальной ленте с постоянным или переменным шагом. Торможение осуществляется нажатием на рукоятку, связанную с колесчатым валом, к которому присоединены вертикальные тяги.

Из-за большого коэффициента самоусиления при равных замыкающих усилиях и одинаковом диаметре шкива тормозной момент ленточно-колодочного тормоза значительно превышает развиваемый колодочным тормозом и зависит от коэффициента трения. Распределение нормальных давлений вдоль ленты определяется с помощью зависимости Эйлера. Тормозной момент ленточно-колодочного тормоза отличается неустойчивостью.

В шинно-пневматических муфтах максимально используется поверхность трения шкива, так как колодки перекрывают его почти полностью. Колодки закреплены на пневматической камере-баллоне из резинордной ткани, имеющей в поперечном сечении форму загнутого овального кольца. При подаче давления камера расширяется и прижимает колодки к барабану. К внутреннему протектору штифтами крепятся металлические колодки, облицованные фрикционными накладками.

Сжатый воздух подается во внутреннюю полость через сверление в вале и ниппель, последний расширяется и колодки прижимаются к шкиву с силой, обеспечивающей передачу заданного крутящего момента. Давление на всей поверхности трения равнодействующая зависит от коэффициента трения. Сравнительно дли-

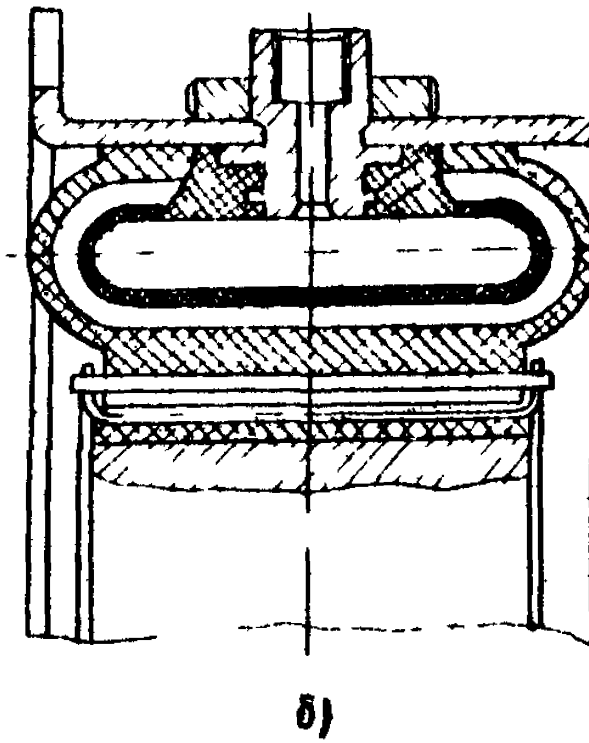
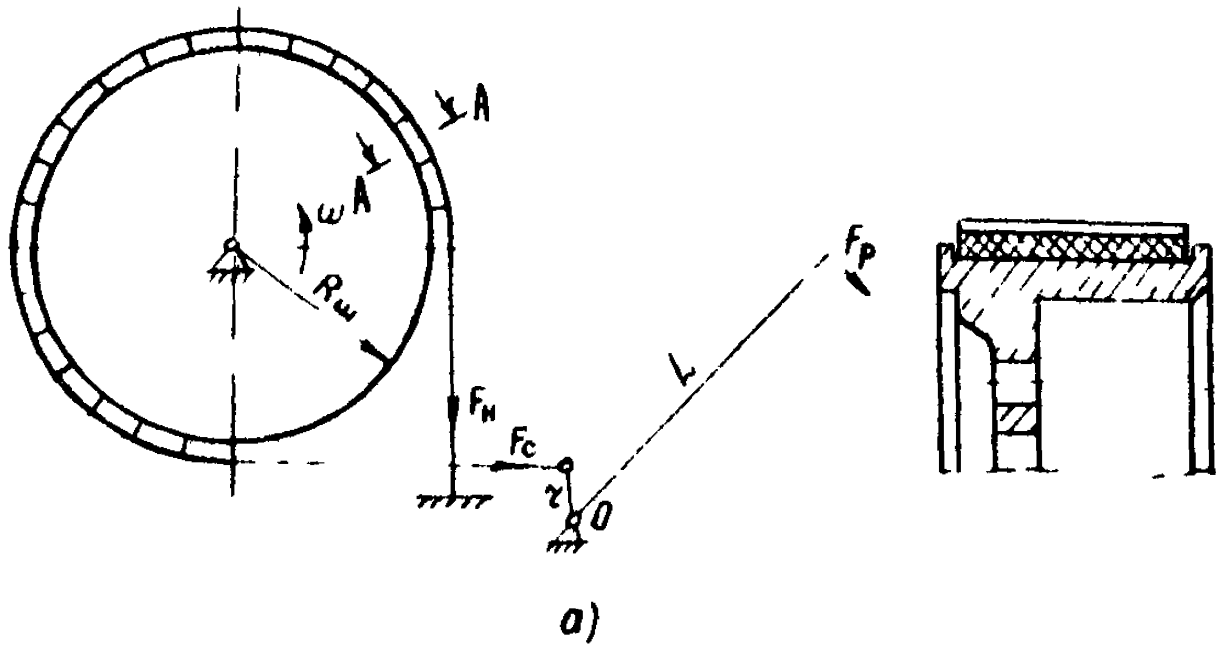


Рис. 1

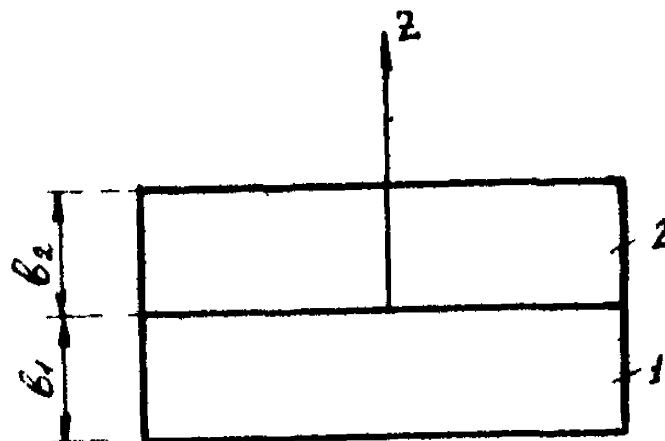


Рис. 2

тельное заполнение баллона воздухом, а затем освобождение от него приводит к увеличению времени срабатывания муфты при большом износе колодок.

2. УСЛОВИЯ РАБОТЫ ФРИКЦИОННЫХ УЗЛОВ

В процессе трения фрикционные материалы воспринимают как динамические, так и статические нагрузки, подвергаются воздействию высоких температур (объемных и поверхностных) и температурных градиентов, а также вызванных ими высоких напряжениям [1].

В нагруженных узлах трения вследствие значительного тепловыделения может происходить размягчение металлических и разрушения композиционных материалов.

В зависимости от температуры на контактной поверхности различаются тормозные устройства: с весьма легким — до 100°C , легким — до 250°C , средним — до 600°C , тяжелым — до 1000°C режимами работы [1]. По объемным температурам делятся на группы: до 200°C , до 400°C и до 600°C .

Такая классификация позволяет выбирать фрикционные материалы для пары трения тормоза (муфты).

Работа торможения движущейся буровой колонны оставляет примерно $4 \cdot 10^8$ Дж, температура на контактной поверхности фрикционной пары достигает 800°C и более. В муфтах сцепления буровой лебедки работа буксования — $1 \cdot 10^5$ Дж; а температура на контактной поверхности фрикционной пары — более 400°C . Поэтому повторно-кратковременный режим работы рассматриваемых фрикционных узлов относим к средним и тяжелым.

Для обоснованного выбора надежной пары трения необходима полная информация о тепловой и механической нагруженности фрикционных устройств по заданным вероятностно-статистическим характеристикам ее показателей.

3. АЛГОРИТМ РАСЧЕТА

3.1. Расчет температуры поверхности трения и температурного градиента при торможении

Высокие температуры и температурные градиенты в тяжело-нагруженных фрикционных узлах на поверхностях контакта вызывают изменение фрикционно-износных характеристик материалов пары, приводят к структурным превращениям в них и интенсифицируют протекание процессов физико-химической механики [1].

Максимальная температура поверхности трения при повтор-но-кратковременном режиме торможения определяется по форму-ла /9/

$$V_{\max} = V_{\text{обг}}^* + V^* + V_{\text{всп}} + V_0.$$

В расчетах принимаем $V_0 = 0$

Установившаяся объемная температура перед n -ым тормо-жением

$$V_{\text{обг}} = \frac{2 \pi n W_{\pi n}}{G_c} \left[\frac{\exp(-K t_{\text{ост}})}{1 - \exp(-K t_{\text{ост}})} \right].$$

Здесь $K = G' A_{\text{всп}} / G_c$.

Контакт двух соприкасающихся поверхностей зависит от их макрогеометрии, волнистости и микрогеометрии [2].

Высокая температура изменяет механические свойства фрикционных материалов, возрастает фактическая и контурная пло-щади контакта, а температурная вспышка $V_{\text{всп}}$ в этих условиях мала по сравнению со средней температурой поверхности трения V^* . Температура фрикционного контакта определяется сред-ней температурой поверхности трения [1, 9].

Значительное изменение тормозного момента относительно среднего его значения приводит к непостоянству времени тор-можения и других показателей [1]

коэффициента стабильности тормозного момента

$$\Delta_{\text{ст}} = \frac{M_{\text{т ср}}}{M_{\text{т max}}};$$

коэффициента колебания тормозного момента

$$\delta = \frac{M_{\text{т min}}}{M_{\text{т max}}};$$

коэффициента эффективности торможения

$$\beta_{\text{эф}} = \frac{\Delta_{\text{ст}}}{t_{\text{т}}^2};$$

приведенной эффективности тормоза

$$\alpha_{\text{эф т}} = \frac{\beta_{\text{эф}} \cdot n}{h} = \frac{\Delta_{\text{ст}} \cdot n}{h t_{\text{т}}^2};$$

где $M_{\text{т ср}}$, $M_{\text{т max}}$ и $M_{\text{т min}}$ - средний, максимальный и минимальный тормозные моменты; $t_{\text{т}}$ - продолжительность торможения; n - число одинаковых торможений; h - линейный износ.

Тормоз, обеспечивающий максимальное значение $\alpha_{\text{эф т}}$ при данных условиях эксплуатации, будет оптимальным. Приведенная эффективность позволяет оценить его конструкцию и материал не только по изменению тормозного момента, но и по долговечности.

Исследования показывают, что на трение и износ решающее влияние оказывает температурный режим работы фрикционной пары. Игнорирование этого фактора при лабораторных испытаниях приводит к недостоверности результатов.

При моделировании работы натурального узла на малогабаритных образцах [2] с учетом масштабного фактора выявляется стабильность выходных параметров (коэффициента трения, интенсивности изнашивания) фрикционных устройств - одного из основных условий надежной и устойчивой работы машин. Обеспечение стабильности выходных параметров зависит от температурного режима, экспериментальное определение которого требует длительных дорогостоящих стендовых и натурных испытаний. Поэтому большой теоретический и практический интерес представляет достаточно надежный расчет температурного режима элементов пары трения.

В тяжело нагруженных трictionных узлах температура на поверхности контакта с кратковременным источником тепла $f(v)$ достигает больших значений. Происходит изменение теплофизических характеристик материала. В этом случае расчет распределения температуры в тормозном шкиве сводится к решению нелинейной задачи теплопроводности при нелинейных граничных условиях. В частности, для одномерного случая дифференциальное уравнение теплопроводности с источником тепла имеет вид:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda(v) \frac{\partial v}{\partial x} \right] + f(v);$$

начальные и граничные условия задаются в виде:

при $t = 0$

$$v = 0$$

при $x = 0$

$$-\lambda(v) \frac{\partial v}{\partial x} = \sigma'_1(v) v;$$

при $x = l$

$$-\lambda(v) \frac{\partial v}{\partial x} = \sigma'_2(v) v.$$

Для анизотропных тел при наличии теплового сопротивления на контакте и затрудненном теплообмене на границах с окружающей средой задача усложняется. Решение ее в общем виде возможно лишь численными методами. В связи с неизвестностью и неопределенностью многих граничных условий в каждом конкретном случае необходим индивидуальный подход.

Расчет температурного режима тормоза и муфт дается в несколько упрощенной форме.

При заданном начальном любое последующее распределение температуры зависит от длительности процесса t , коэффициента температуропроводности α и размера системы x . Но существенное значение имеет не каждая из этих величин в отдельности, а вполне определенная их комбинация, называемая обобщенным параметром $[II]$.

Введение такого обобщенного параметра $z = x^2/\alpha t$ сводит дифференциальное уравнение в частных производных к обыкновенному дифференциальному уравнению и позволяет создать методику определения температурного режима тормозов и муфт по простым расчетным формулам с регламентированной погрешностью.

Сравнение расчетов с данными экспериментальных исследований показало, что для расчета температурного поля и средней температуры трения ψ^* при кратковременном торможении можно с достаточной точностью пользоваться решением одномерной задачи теплопроводности, т.е. рассматривать распространение тепла только по нормали к поверхности трения.

Для тормозов и муфт, работающих в повторно-кратковременном режиме, когда недостаточно времени для проникновения тепловых волн внутрь цилиндрического тела за один цикл, можно принять, что температура в процессе трения изменяется в поверхностных слоях с глубиной как в полубесконечном теле, так как радиус шкива намного больше, чем его толщина. Отсюда распределение температуры с достаточной степенью точности можно рассматривать как одномерную задачу (I).

Запишем уравнение теплопроводности для одномерной задачи (схема расчетной модели дана на рис. 2):

$$\frac{\partial \psi}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}. \quad (I)$$

Уравнение (I) удовлетворяет граничному условию

$$\text{при } t = t_1 (z = z_0)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \text{grad } \psi \leq \frac{\psi_{\text{тех}}}{z_0}; \quad (2)$$

$$z = \frac{x^2}{\alpha t} \quad (2a)$$

После некоторых преобразований уравнения (I) и (2) можно представить в виде

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = \text{grad } \psi = \frac{\psi_{\text{тех}}}{z_0} e^{\frac{t(z_0 - z)}{z_0}} \sqrt{\frac{z_0}{z}}, \quad (3)$$

где z - разновидность обобщенной переменной, величина, обратная критерию Фурье. Последний выражает для нестационарных процессов соответствие между средними скоростями измерения условий в окружающей среде и перестройки температурного поля внутри тела $F_0 = \alpha t / x^2$.

$$\text{Таким образом; } z = \frac{1}{F_0} = \frac{x^2}{\alpha t},$$

где α - коэффициент температуропроводности материала; m^2/s [1]; t - время.

Дальнейшая задача состоит в определении температуры поверхности трения с учетом некоторой заданной технологической температуры $v_{\text{тех}}$.

Установлено, что в большинстве случаев температурные напряжения зависят от температурного градиента. Определяя условия, при которых его величина не превосходит допустимой, введем ограничение по $v_{\text{тех}}$, характеризующей условия на поверхности трения, при которых тормоз работает нормально, и регулируемой с помощью охлаждения.

Величину температурного градиента можно уменьшить путем снижения либо абсолютных значений температуры на поверхности трения, либо скорости ее нарастания.

Для расчета температуры поверхности трения запишем интеграл уравнения (3):

$$v = \frac{v_{\text{тех}}}{z_0} \sqrt{z_0} e^{\frac{1}{2} z_0} \int \frac{e^{-\frac{1}{2} z}}{\sqrt{z}} dz + c_1 \quad (4)$$

Определенный интеграл $\int \frac{e^{-\frac{1}{2} z}}{\sqrt{z}} dz$ в уравнении (4) можно представить

$$\int_0^x \frac{e^{-\frac{1}{2} z}}{\sqrt{z}} dz = 8 \int_0^{\frac{\sqrt{z}}{2}} \frac{e^{-x^2}}{2x} x dx = 2\sqrt{\pi} \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right), \quad (4a)$$

где $\Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right)$ - интеграл вероятности Гаусса.

Подставив (4a) в (4), получим

$$v = \frac{2}{z_0} \sqrt{\pi} v_{\text{тех}} \sqrt{z_0} e^{\frac{1}{2} z_0} \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) + c_1. \quad (5)$$

Для определения постоянной интегрирования C_1 в уравнении (5) используем дополнительные условия теплового баланса, по которому в любой момент времени тепло, накапливаемое в рассматриваемом элементе, пропорционально работе трения $/I/$:

$$b_{\text{гр}} \int_0^{z_0} v dz = \frac{(1-\delta_{\text{тн}})}{Aa} \int_0^t \frac{W_{\text{тн}}}{t_{\text{т}}} \tau_{\text{н}} dt = \frac{(1-\delta_{\text{тн}})}{Aa} W_{\text{тн}} \tau_{\text{н}} \quad (6)$$

Подставляя в (6) значение v из (5), получим

$$b_{\text{гр}} \int_0^{z_0} \frac{2}{z_0} \sqrt{\pi} v_{\text{тех}} \sqrt{z_0} e^{\frac{1}{2} z_0} \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) dz + b_{\text{гр}} \int_0^{z_0} C_1 dz = \frac{(1-\delta_{\text{тн}})}{Aa} W_{\text{тн}} \tau_{\text{н}}. \quad (7)$$

Обозначим

$$M = \frac{(1-\delta_{\text{тн}})}{Aa} W_{\text{тн}} \tau_{\text{н}}.$$

Здесь $\tau_{\text{н}}$ — безразмерный параметр отражает характер изменения работы торможения по относительному времени $\tau = t/t_{\text{т}}$ и рассчитывается по формуле $\tau_{\text{н}} = \frac{W_{\text{т}}}{W_{\text{тн}}}$, где $W_{\text{т}}$ — текущая работа трения; t — текущая координата времени; $t_{\text{т}}$ — полное время торможения.

Перепишем уравнение (6)

$$\frac{2}{z_0} \sqrt{\pi} v_{\text{тех}} b_{\text{гр}} \sqrt{z_0} e^{\frac{1}{2} z_0} \int_0^{z_0} \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) dz + b_{\text{гр}} C_1 z_0 = M,$$

которое после обозначения

$$\frac{2}{z_0} \sqrt{\pi} v_{\text{тех}} b_{\text{гр}} \sqrt{z_0} e^{\frac{1}{2} z_0} = B,$$

$$\int_0^{z_0} \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) dz = \Phi_1\left(\frac{\sqrt{z_0}}{2}\right)$$

примет вид

$$B \Phi_1\left(\frac{\sqrt{z_0}}{2}\right) + b_{\text{гр}} C_1 z_0 = M.$$

Определим постоянную интегрирования

$$C_1 = \frac{B\Phi_1\left(\frac{\sqrt{z_0}}{2}\right) - M}{b \operatorname{erfc} z_0}.$$

Подставив значение C_1 в (5), с учетом теплового баланса, получим

$$\psi = \frac{2}{z_0} \sqrt{\eta_1 z_0} \psi_{\text{тек}} e^{\frac{1}{2} z_0} \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) + \frac{2\sqrt{\eta_1 z_0} \operatorname{erfc} \psi_{\text{тек}} e^{\frac{1}{2} z_0} \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) - M}{b \operatorname{erfc} z_0} \quad (8)$$

Температуру поверхности трения тормозного шкива после несложных преобразований определим по формуле

$$\psi = \frac{2\sqrt{\eta_1 z_0}}{z_0^2} \psi_{\text{тек}} e^{\frac{1}{2} z_0} \left[z_0 \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) + (z_0 - 1) \Phi\left(\frac{\sqrt{z}}{2}\right) \right] - \frac{(1 - \phi_{\text{тп}}) W_{\text{тп}} \tau_w}{\rho_a c_p b \Delta \varphi} \quad (9)$$

Здесь $\phi_{\text{тп}}$ рассчитывается в первом приближении [8]:

$$\phi_{\text{тп}} = \frac{1}{1 + \frac{b_1 c_1}{b_2 c_2} \sqrt{\frac{a_1}{a_2}}},$$

где $b_{1,2}$ — размер элемента пары в направлении линейного потока (по нормали к поверхности трения с учетом $b_1 \approx \varphi / l$).

Формула пригодна в случае, когда $0,6 < K_{\text{вз}} < 1$; $\psi > 3$ м/с; $\rho_e \geq 0,4$.

τ_w Находим по формуле $\tau_w = (4\tau^{3/2} - 3\tau^{-2})$, где $\tau = t/t_T$ — относительное время /I; с/.

В процессе торможения в зависимости от исходных кривых фрикционной теплоустойчивости и режима работы, от характера изменения удельной нагрузки ($\rho_a = \cos \alpha$, $\rho_a = \sin \alpha$) возможны различные виды изменения работы трения при торможении по времени /I, 2, 9/.

Анализ уравнений (3) и (9) показывает, что, изменяя $\psi_{\text{тек}}$, можно ограничить температуру поверхности трения, объемную температуру и температурный градиент. Для этого необходимо уменьшить среднюю температуру поверхности трения.

применяя охлаждение. Выполнение этих условий позволяет значительно уменьшить трещинообразование на контактной поверхности трения при циклических тепловых воздействиях [3].

Пример расчета.

Исходные данные: пара трения сталь 30ХГСА и ретинакс ФК-24А.

$$\chi = (0 \dots 10) \cdot 10^{-3} \text{ м}, a = 10,5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{м}^2}{\text{с}}, t = (0 \dots 10) \text{ с}, \tau_{\text{тех}} = 100^\circ \text{С}.$$

Рассчитываем возможные границы изменения обобщенного параметра $z = \frac{\chi^2}{a t}$:

$$\text{при } \chi = 0 \quad t = \infty \quad z = 0 ;$$

$$\text{при } \chi = \infty \quad t = 0 \quad z = \infty ;$$

$$\text{при } \chi = 1 \text{ мм}$$

$$z = \frac{(1 \cdot 10^{-3})^2}{10,5 \cdot 10^{-6} (1 \dots 10)} \approx 0,1 \dots 0,01;$$

$$\text{при } \chi = 10 \text{ мм}$$

$$z = \frac{(10 \cdot 10^{-3})^2}{10,5 \cdot 10^{-6} (1 \dots 10)} \approx 10 \dots 1 ;$$

$$z = 0 \dots z_c$$

Для реального тормоза $z = 0 \dots 10$.

Рассчитываем температурный градиент (3), принимая максимальные значения:

$$\text{при } z = 1$$

$$\text{grad } v = \frac{100}{10} e^{\frac{1}{4}(10-1)} \sqrt{\frac{10}{1}} = 300 ;$$

$$\text{при } z = 10$$

$$\text{grad } v = \frac{100}{10} e^{\frac{1}{4}(10-10)} \sqrt{\frac{10}{10}} = 10.$$

Расчет по формуле (5) производим в следующем порядке.

Исходные данные:

$$W_{\text{тн}} = 60 \cdot 10^3 \text{ Дж}, \rho = 7,75 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3, Aa = 1,14 \text{ м}^3,$$

$$a_1 = 10,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, a_2 = 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, c_1 = 465 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С},$$

$$c_2 = 470 \text{ Дж/кг}^\circ\text{С}, t = (0 \dots 10) \text{ с}, v_{\text{тех}} = 400^\circ\text{С}.$$

Обобщенный параметр Z находим как в предыдущем примере.

Определяем :

$$b_1 \varphi = 1,73 \sqrt{a_1 t} = 1,73 \sqrt{0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10} = 1,73 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$b_2 \varphi = 1,73 \sqrt{a_2 t} = 1,73 \sqrt{0,3 \cdot 10^{-6} \cdot 10} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\delta_{\text{тн}} = \frac{1}{1 + \frac{17,73 \cdot 465}{3 \cdot 10^{-3}} \sqrt{\frac{10,5 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 10^{-6}}}} = 0,056$$

$$\text{при } K = 60 \cdot 1,52 / 137,2 \cdot 0,44 \cdot 10^3 = 15 \cdot 10^{-4}.$$

$$\theta_{\text{ау}} = \frac{0,056 \cdot 60 \cdot 10^5}{137,2 \cdot 0,44 \cdot 10^3} \cdot \left[\frac{\exp(-15 \cdot 10^{-4} \cdot 30)}{1 - \exp(-15 \cdot 10^{-4} \cdot 30)} \right] = 123^\circ \text{С}.$$

При расчете $\tilde{\tau}_w$ принимаем $\zeta = 0,4$, так как для конкретного случая (линейный закон изменения мощности трения /1,9/ ψ^* достигает максимальной величины в момент времени $\zeta \approx 0,4$ /9/;

$$\tilde{\tau}_w = 0,4 (2 - 0,4) = 0,64.$$

Значения $\Phi(\frac{\sqrt{z}}{2})$ и $\Phi(\frac{\sqrt{z}}{2})$ - интеграла вероятности Гаусса выбираем из таблицы /10/.

По формуле (9) вычисляем безразмерную среднюю поверхностную температуру

$$\frac{\psi^*}{\psi_{\text{тех}}} = \frac{2 \sqrt{3,14 \cdot 10^5}}{10^2} e^{-\frac{1}{2}} \cdot 10 \left[10 \Phi\left(\frac{\sqrt{1}}{2}\right) \cdot (10-1) \Phi\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right) - (1-0,056) \cdot 60 \cdot 10^5 \cdot 0,664 - 400 \cdot 1,14 \cdot 465 \cdot 7,75 \cdot 10^3 \cdot 17,73 \cdot 10^{-3} + \frac{123}{400} \right] = 1,01.$$

3.2. Расчет термических напряжений при нагреве и остывании тормозных шкивов

Оценка температурных напряжений, возникающих в тормозных шкивах при высоких температурных градиентах, а также при остывании (остаточные напряжения) /4/, важна для выбора их оптимальных конструктивных параметров.

В процессе кратковременного торможения эффективная глубина проникновения тепла b, φ меньше толщины шкива. При

этом принимаем, что температура изменится в поверхностных слоях с глубиной, как в полубесконечном теле с источником тепловыделения мощностью Q . Одномерное уравнение теплопроводности в этом случае имеет вид

$$\frac{\partial \Delta v}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \Delta v}{\partial x^2} \quad (I0)$$

Уравнение (I0) удовлетворяет следующим начальным и граничным условиям

$$\left. \begin{aligned} A_{t1} \lambda \frac{\partial \Delta v}{\partial z} - A_{t2} b' \Delta v + Q &= 0 \quad \text{при } x=0, \\ \Delta v(x, 0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (II)$$

Условия (II) необходимы и достаточны для решения дифференциального уравнения (I0) с использованием обобщенного параметра.

Переходя к безразмерным координатам, а также обозначив

$$\Delta v = \frac{v(x, t) - v_{cp}}{v_{cp}}, \quad \bar{x} = \frac{x}{b}, \quad \bar{t} = \frac{at}{b^2} = F_0; \quad K = \frac{A_{t2}}{A_{t1}}$$

$$\bar{Q} = Qb / A_{t1} \lambda v_{cp}; \quad B_i = b' b / \lambda,$$

уравнения (I0) и (II) можно записать в виде

$$\frac{\partial \Delta \bar{v}}{\partial \bar{t}} = \frac{\partial^2 \Delta \bar{v}}{\partial \bar{x}^2}; \quad (I2)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Delta \bar{v}}{\partial \bar{x}} &= K B_i \Delta \bar{v} + \bar{Q} \quad \text{при } \bar{x}=0 (\bar{z}=0) \\ \Delta \bar{v}(\bar{x}, 0) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (I3)$$

Введя обобщенный параметр $\bar{z} = x^2 / at = \bar{x}^2 / \bar{t}$ дифференциальное уравнение (I2) представим как

$$4 \bar{z} \frac{d^2 \Delta \bar{v}}{d \bar{z}^2} + (2 + \bar{z}) \frac{d \Delta \bar{v}}{d \bar{z}} = 0 \quad (I4)$$

Решение уравнения (I4):

$$d \Delta \bar{v} = c_1 e^{-\frac{1}{2} \bar{z}} \bar{z}^{-\frac{1}{2}}, \quad (I5)$$

$$\frac{d \Delta \bar{v}}{d \bar{x}} = \frac{2 \bar{x}}{\bar{t}} \cdot \frac{d \Delta \bar{v}}{d \bar{z}} = \frac{2 c_1}{\sqrt{\bar{t}}} e^{-\frac{1}{2} \bar{z}};$$

$$\Delta \bar{v} = c_1 \int e^{-\frac{1}{2} \bar{z}} \bar{z}^{-\frac{1}{2}} d \bar{z} + c_2.$$

Решение (15) должно удовлетворять условиям (13) при $z = 0$: $\frac{2a}{\sqrt{\epsilon}} - \kappa B_1 \left[(a \int e^{-\frac{1}{2}z} z^{-\frac{1}{2}} dz)_{z=0} + C_2 \right] + \bar{Q} = 0$
 при $z = \infty \quad \Delta \bar{V} = 0$, (16)

Решение уравнения (14), удовлетворяющего условиям (16):
 $\Delta \bar{V} = \frac{\bar{Q}}{\kappa B_1 + \frac{1}{\sqrt{\pi \epsilon}}} \left[1 - \operatorname{erf} \left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\epsilon}} \right) \right] = \frac{Q}{\kappa B_1 + \frac{1}{\sqrt{\pi \epsilon}}} \operatorname{erf} \left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\epsilon}} \right)$, (17)

где
 $\operatorname{erf} \left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\epsilon}} \right) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\epsilon}}} e^{-\frac{1}{4}z} z^{-\frac{1}{2}} dz = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u e^{-u^2} du$

интеграл Гаусса. Температуру поверхности нагрева определим из (17) при $\bar{x} = 0$;

$$\Delta \bar{V}_n(t) = \frac{Q}{\kappa B_1 + \frac{1}{\sqrt{\pi \epsilon}}} \quad (18)$$

Из (17) получим установившийся перепад температуры при $\bar{t} \rightarrow \infty$:

$$\Delta \bar{V} = \frac{\bar{Q}}{\kappa B_1} \quad (19)$$

При повторно-кратковременном режиме процесс торможения носит периодический характер: очередное остывание тормозной пары до температуры исходной или выше исходной, причем от торможения к торможению последние растут. Время остывания, как правило, в несколько раз превышает время торможения. Определим изменения перепада температуры при остывании. Уравнение (12) должно удовлетворять следующим граничным условиям:

$$\begin{aligned} &\text{при } \bar{x} = z = 0 \\ &A_{t_1} \lambda \frac{\partial \Delta \bar{V}}{\partial \bar{x}} - A_{t_2} G' \Delta \bar{V} = 0; \quad (20) \\ &\text{при } z = \infty \quad (\bar{t} = 0); \\ &\Delta \bar{V}(\bar{x}, 0) = \Delta \bar{V}_n. \end{aligned}$$

Решая (15) с граничными условиями (20), окончательно получим

$$\Delta \bar{V}_{\text{ост}} = \Delta \bar{V}_n \left[1 - \frac{\kappa B_1}{\kappa B_1 + \frac{1}{\sqrt{\pi \epsilon_{\text{ост}}}}} \operatorname{erfc} \left(\frac{\bar{x}}{2\sqrt{\epsilon}} \right) \right] \quad (21)$$

Температуру поверхности остывания определим при условии $\bar{X} = 0$:

$$\Delta \bar{v}_{\text{ост}}(t) = \frac{\Delta \bar{v}_n}{1 + \kappa Bi \sqrt{\pi \bar{t}_{\text{ост}}}} \quad (22)$$

Зная распределение перепада температуры при нагреве (15) и остывании (21), можно найти возникающие термические напряжения в тормозных шкивах. Для одномерной задачи, если предположить, что материал упругий и свойства его не изменяются, безразмерные напряжения определяются [5]:

$$\bar{\sigma} = \frac{\bar{\sigma}(1-\mu)}{E \alpha \nu_{\text{ср}} Q} = \frac{\Delta \bar{v}_{\text{ср}} - \nu(x, t)}{\nu_n} \quad (23)$$

Физически $\bar{\sigma}$ рассматривается как отношение фактически действующих напряжений к напряжениям, которые имели бы место при полном стеснении теплового расширения.

Безразмерное напряжение на любой толщине пластинки (шкива) при нагреве определяется по формуле

$$\bar{\sigma}_n^* = \frac{\bar{\sigma}}{Q} = \frac{1}{\kappa Bi + \frac{1}{\sqrt{\pi \bar{t}}}} \left[\operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{\bar{t}}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{2}{\sqrt{\bar{t}}}\right) + 2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}} \left(1 - e^{-\frac{1}{4\bar{t}}}\right) \right] \quad (24)$$

при $\bar{X} = 0$, т.е. на поверхности тормозного шкива

$$\bar{\sigma}^* = \frac{1}{\kappa Bi + \frac{1}{\sqrt{\pi \bar{t}}}} \left[2\sqrt{\frac{\bar{t}}{\pi}} \left(1 - e^{-\frac{1}{4\bar{t}}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{\bar{t}}}\right) \right]; \quad (25)$$

при $\bar{X} = 1$

$$\bar{\sigma}_{2n}^* = \frac{2\bar{t}}{1 + \kappa Bi \sqrt{\pi \bar{t}}} \left(1 - e^{-\frac{1}{4\bar{t}}}\right). \quad (26)$$

Соответственно температурное напряжение при остывании на поверхности шкива ($\bar{X} = 0$) будет

$$\bar{\sigma}_{1\text{ост}}^* = \frac{\kappa Bi}{\kappa Bi + \frac{1}{\sqrt{\pi \bar{t}_{\text{ост}}}}} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(1 - e^{-\frac{1}{4\bar{t}_{\text{ост}}}}\right) + \operatorname{erfc}\left(\frac{1}{2\sqrt{\bar{t}_{\text{ост}}}}\right) \right] \quad (27)$$

при $\bar{X} = 1$

$$\bar{\sigma}_{2\text{ост}}^* = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{\kappa Bi}{\kappa Bi + \frac{1}{\sqrt{\pi \bar{t}_{\text{ост}}}}} \right) \left(1 - e^{-\frac{1}{4\bar{t}_{\text{ост}}}}\right). \quad (28)$$

Из анализа уравнений (25) и (26) видно, что температурные напряжения (при нагреве) на поверхности тормозного шкива почти в десять раз превышают значения напряжений, возникающих в его толщине. Они достигают максимума, если процесс теплоизолирован ($B_1 = 0$) и равны нулю, когда теплообмен бесконечен ($B_1 \rightarrow \infty$). Существенное влияние оказывает на остывание критерий B_1 , особенно с увеличением продолжительности торможения.

Величины термических напряжений на поверхности тепловыделения при отставании почти в пять раз больше, чем в полной толщине тормозного шкива - см. (27) и (28). Они достигают максимума при интенсивном теплообмене ($B_1 \rightarrow \infty$) и минимальны, если $B_1 = 0$.

Пример расчета.

Исходные данные:

$$A_{t1} = 1,14 \text{ м}^2, A_{t2} = 1,52 \text{ м}^2, \beta' = 60 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{град}}$$

$$\lambda = 38 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{град}}, \alpha = 10,5 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}, t = 5 \text{ с}$$

Вычисляем

$$\delta_{\text{эф}} = 1,73 \sqrt{10,5 \cdot 10^6 \cdot 5} = 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$B_1 = \frac{60 \cdot 12,5 \cdot 10^{-3}}{38} = 0,02;$$

$$F_0 = \bar{E} = \frac{10,5 \cdot 10^6 \cdot 5}{(12,5 \cdot 10^{-3})^2} = 0,346;$$

$$K = \frac{1,52}{1,14} = 1,33.$$

Значение функции ошибок Гаусса erf выбираем из таблицы /10/.

Определяем безразмерное температурное напряжение на поверхности шкива при нагреве (25)

$$\bar{\theta}_{1\text{н}}^* = \frac{1}{1,33 \cdot 0,02 + \frac{1}{\sqrt{3,14 \cdot 0,346}}} \cdot \left[2 \sqrt{\frac{0,336}{3,14}} \left(1 - e^{-4 \cdot 0,346} \right) - \text{erf} \left(\frac{1}{2 \sqrt{0,346}} \right) \right] = 2,13.$$

Определяем безразмерное температурное напряжение на полной толщине при нагреве (26):

$$\bar{\sigma}_{2H}^* = \frac{2 \cdot 0,336}{1 + 1,33 \cdot 0,02 \sqrt{3,14 \cdot 0,336}} \left(1 - e^{-\frac{1}{4 \cdot 0,336}} \right) = 0,34.$$

Температурное напряжение на поверхности шкива при остывании рассчитаем по формуле (27). Так как время остывания

$t = 15$ с, сначала найдем

$$b_{эф} = 1,73 \sqrt{10,5 \cdot 10^{-6} \cdot 15} = 21,7 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$B_1 = \frac{60 \cdot 21,7 \cdot 10^{-3}}{105} = 0,034,$$

$$\bar{t} = F_0 = \frac{105 \cdot 10^{-3} \cdot 15}{(21,7 \cdot 10^{-3})^2} = 0,321.$$

Тогда

$$\bar{\sigma}_{1ост}^* = \frac{1,33 \cdot 0,034}{1,33 \cdot 0,034 + \frac{1}{\sqrt{3,14 \cdot 0,334}}} \left[\frac{2}{\sqrt{3,14}} \left(1 - e^{-\frac{1}{4 \cdot 0,334}} \right) + e^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2 \sqrt{0,334}} \right) \right] = 0,15$$

Температурные напряжения на полной толщине шкива при остывании (28)

$$\bar{\sigma}_{2ост}^* = \frac{2}{\sqrt{3,14}} \left(\frac{1,33 \cdot 0,034}{1,33 \cdot 0,034 + \frac{1}{\sqrt{3,14 \cdot 0,334}}} \right) \left(1 - e^{-\frac{1}{4 \cdot 0,334}} \right) = 0,026,$$

Расчеты показывают, что наибольшие тепловые напряжения испытывает поверхность трения. Циклическое действие тепловых нагрузок приводит к усталостным напряжениям. При этом расширение поверхностных слоев вызывает напряжение сжатия, которое уравновешивается растягивающими напряжениями в центральной части. Вследствие сдвига при сжатии может растрескиваться поверхность. Наиболее опасный вид разрушения представляет развитие трещины во внутреннюю растягивающую область. Когда шкив охлаждается с поверхности стеснение наружных слоев вызывает растяжение. Разрушения при этом инициируются где-то на поверхности или близко к ней.

3.3. Оптимальное управление тепловыми процессами при торможении

Для управления процессом тепловыделения при торможении необходимо в расчетной модели учитывать охлаждение и градиент

температуры как возможные причины растрескивания материала шкива.

Составим дифференциальное уравнение баланса тепла при торможении

$$Qdt = cm d\Delta v + A_{t2} \delta' \Delta v dt, \quad (29)$$

откуда приращение перепада температуры имеет вид

$$\frac{d\Delta v}{dt} = \frac{1}{cm} (Q - A_{t2} \delta' \Delta v) \quad (30)$$

С другой стороны, тепло при торможении идет на нагревание тормозной системы и рассеивается в виде теплообмена, балансо которого можно записать как

$$Q - A_{t2} \delta' \Delta v = A_{t1} \lambda \frac{\partial \Delta v}{\partial r}. \quad (31)$$

Правая часть уравнения (31) определяет тепло, идущее в материал шкива на увеличение объемных температур при каждом торможении. Для предотвращения растрескивания его от термических напряжений необходимо установить максимальную величину градиента температуры, также зависящего от интенсивности теплового потока.

Таким образом, интенсивность теплового потока служит основным параметром как при нагревании материала, так и возникновении больших термических напряжений (в уравнение входит градиент температуры), которыми следует управлять при торможении.

Для тормозов, работающих в повторно-кратковременном режиме, необходимо определить максимальную величину Q , при которой возникают максимальные термические напряжения, вызывающие трещинообразование.

Полная работа торможения равняется сумме работ поступательно и вращательно движущихся частей системы (например, тормоза буровой лебедки).

$$W = \frac{G}{g} \cdot \frac{v^2}{2} + I_{\text{т.б.}} \frac{\omega^2}{2},$$

где $G = G_c + G'N$ - общий вес, действующий на крюк; G_c - вес талевой системы, турбобура и УБГ; $G'N$ - вес бурильного инструмента; V - скорость крюка; $I_{\text{св}}$ - момент инерции барабанного вала буровой лебедки; ω - угловая скорость барабана; N - число свечей, опускаемых в скважину.

При условии, что во время торможения вся работа превращается в тепло, $W \Rightarrow Q$, составим уравнение теплового баланса

$$Q = \frac{m_{\text{ш}} c \Delta \vartheta}{1 - \alpha_{\text{тп}}},$$

где $m_{\text{ш}}$ - масса шкива с учетом эффективной толщины проникновения тепла.

В уравнении управляемого объекта принимаем за управляющий параметр $\vartheta \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial r}$; учитывая (31) в (30), получим

$$\frac{d\Delta \vartheta}{dt} = \frac{A_{t1} \lambda}{cm} \cdot \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial r} = b \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial r} = v(r, z, t), \quad (32)$$

где $b = A_{t1} \lambda / cm$.

Составим дифференциальное уравнение теплопроводности для цилиндрического шкива

$$\frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial t} = a \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Delta \vartheta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \Delta \vartheta}{\partial z^2} \right) \quad (33)$$

с начальными

$$\Delta \vartheta(r, z, 0) = 0 \quad (34)$$

и граничными (при $r=R$)

$$A_{t1} \lambda \frac{\partial \Delta \vartheta}{\partial r} + A_{t2} G' \Delta \vartheta - Q \quad (35)$$

условиями, которые необходимы и достаточны для его решения с использованием обобщенного параметра.

Вводя обобщенный параметр $x = \frac{r^2 + z^2}{a t}$ уравнение (33) приведем к виду

$$4x \frac{d^2 \Delta \vartheta}{dx^2} + (6+x) \frac{d \Delta \vartheta}{dx} = 0. \quad (36)$$

Решение уравнения (36) представим в виде:

$$\begin{aligned}\frac{d\Delta v}{dx} &= c_1 e^{-\frac{x}{4}x_0^{-\frac{3}{2}}}; \\ \Delta v &= c_1 \int e^{-\frac{x}{4}x_0^{-\frac{3}{2}}} dx + c_2.\end{aligned}\quad (37)$$

Таким образом, обобщенный параметр позволяет вместо четырех граничных и одного начального условий ограничиться лишь двумя (34) и (35), которые представим в виде

$$\Delta v(\infty) = 0; \quad c_1 \left[\frac{2R^2}{R^2 + z_1^2} \cdot \frac{e^{-\frac{x}{4}x_0^{-\frac{3}{2}}}}{\sqrt{x_0}} - k B_i \int_{x_0}^{\infty} e^{-\frac{x}{4}x_0^{-\frac{3}{2}}} dx \right] = \frac{QR}{A_{t1} \lambda}, \quad (38)$$

где

$$k B_i = A_{t2} \delta' R / A_{t1} \lambda$$

Из первого условия (38) определим

$$c_2 = -c_1 \left(\int e^{-\frac{x}{4}x_0^{-\frac{3}{2}}} dx \right)_{x=\infty}, \quad (39)$$

а подставляя второе, получим

$$c_1 = \frac{\frac{QR}{A_{t1} \lambda}}{\frac{2R^2}{R^2 + z_1^2} \cdot \frac{e^{-\frac{x_0}{4}}}{\sqrt{x_0}} - k B_i \int_{x_0}^{\infty} e^{-\frac{x}{4}x_0^{-\frac{3}{2}}} dx}, \quad (40)$$

где

$$x_0 = \frac{R^2 + z_1^2}{dt}$$

Несобственный интеграл в выражениях (37, 3' и 40) представим в виде

$$\int_{x_0}^{\infty} e^{-\frac{x}{4}x_0^{-\frac{3}{2}}} dx = \frac{2e^{-\frac{x_0}{4}}}{\sqrt{x_0}} \cdot \sqrt{\pi} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\sqrt{x_0}}{2}}^{\infty} e^{-z^2} dz = \frac{2e^{-\frac{x_0}{4}}}{\sqrt{x_0}} \cdot \sqrt{\pi} \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{x_0}}{2} \right), \quad (41)$$

где последний — интеграл Лауэса, который напомним

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{\sqrt{x_0}}{2}}^{\infty} e^{-z^2} dz = \operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{x_0}}{2} \right), \quad (42)$$

Для больших значений аргумента функции (42) разложим в ряд и с достаточной точностью ограничимся двумя его членами

$$\operatorname{erfc} \left(\frac{\sqrt{x_0}}{2} \right) = 2 \frac{e^{-\frac{x_0}{4}}}{\sqrt{\pi x_0}} \left(1 - \frac{2}{x_0} \right) \quad (43)$$

Учитывая (43) в выражении (40) и то, что $R^2 \gg z_T^2$, упростим значение C_1 :

$$C_1 = \frac{QR}{2At_L} \cdot \frac{\sqrt{x_0} e^{-x_0/4}}{\left(\frac{R^2}{R^2+z_T^2} + \frac{2\kappa B_1}{x_0}\right)} \approx \frac{QR}{2At_L} \cdot \frac{x_0 \sqrt{x_0} e^{-x_0/4}}{(x_0 + 2\kappa B_1)}, \quad (44)$$

где

$$\kappa = At_2 / At_L.$$

Подставив (44) в (37) после некоторых преобразований получим уравнение для управляющей функции

$$\frac{d\Delta v}{dt} = \frac{At_L}{cm} \cdot \frac{\partial \Delta v}{\partial x} = \frac{Q\pi R}{cm(R^2+z_T^2+2\kappa B_1 ct)}. \quad (45)$$

Таким образом, методом термоупругих потенциалов перемещений определены для квазистатического случая температурные напряжения в нагретом цилиндрическом теле. Установлено, что растрескивание материала происходит под действием максимальной разности напряжений, которые имеют вид

$$\sigma_g = \sigma_{xx} - \sigma_{\theta\theta} = \kappa^* \left(\frac{\Delta v}{x} - \frac{d\Delta v}{dx} \right). \quad (46)$$

Далее решим вариационную задачу, позволяющую определять математический алгоритм для управляющей функции $U(t)$, при котором объект управления из начального (при $t=0$; $U=U_0$) переводится в некоторое конечное (при $t=t_T$; $U=U_T$) положение и дает минимум интеграла

$$J_1 = \int_0^{t_T} U^2(t) dt. \quad (47)$$

При ограниченном значении максимальных термических напряжений (изопериметрическая задача)

$$J_2 = \frac{\kappa^*}{t_T} \int_0^{t_T} \left(\frac{\Delta v}{x} - \frac{d\Delta v}{dx} \right) dt \leq \sigma_g \quad (48)$$

Представив градиент температуры (45) в виде

$$\frac{d\Delta v}{dx} = \frac{d\Delta v}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} = -\frac{t}{x} \frac{d\Delta v}{dt} = \frac{t}{x} U(t), \quad (49)$$

с учетом новых координат запишем

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Delta v}{dt} &= U(t) = f_1, \\ \frac{dx_1}{dt} &= \frac{\kappa^*}{t_T x} (\Delta v + tU) = f_2, \\ \frac{dx_0}{dt} &= U^2(t) = f_3, \end{aligned} \right\}. \quad (50)$$

Так как все уравнения (50) линейные, оставим функции Гамильтона / 6/

$$H = \sum \psi_i f_i = \psi_1 U(t) + \psi_2 \frac{\kappa^*}{t_T x} (\Delta v + t U) + \psi_3 U^2(t) \quad (51)$$

и отыщем ее экстремальное значение:

$$\frac{\partial H}{\partial U} = \psi_1 + \frac{\psi_2 \kappa^* t}{t_T x} + 2 \psi_3 U(t) = 0; \quad (52)$$

$$U(t) = - \left(\frac{\psi_1}{2 \psi_3} + \frac{\psi_2 \kappa^* t}{2 \psi_3 t_T x} \right),$$

где ψ — сопряженные функции, определяемые из дифференциального уравнения

$$\frac{d\psi_i}{dt} = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial f_j}{\partial x_i} \psi_j. \quad (53)$$

Его решение представим в виде:

$$\psi_1 = C_1' - \frac{\psi_2 \kappa^* t^2}{2 t_T (r^2 + z_T^2)}; \quad (54)$$

$$\psi_2 = C_2' = \text{const}$$

$$\psi_3 = C_3' = \text{const}$$

Учитывая (54) и (52), получим

$$U(t) = - \frac{C_1'}{2 \psi_3} + \frac{\psi_2 \kappa^*}{2 \psi_3 (r^2 + z_T^2)} \cdot \frac{t^2}{2 t_T} - \frac{\psi_2 \kappa^* t^2}{2 \psi_3 (r^2 + z_T^2) t_T} = C_1 - C_2 t^2, \quad (55)$$

где C_1 и C_2 — постоянные, определяемые из выражения (45) при $t = 0$; $U = U_0$, и соответственно $Q = Q_0$.

$$U_0 = \frac{Q_0 r R}{cm(R^2 + z_T^2)} \quad (56)$$

Из интегрального соотношения (48) с учетом (55) рассчитаем

$$\delta g = - \frac{\kappa^* a}{t_T (r^2 + z_T^2)} \int_0^t \left[\int_0^t U(t) dt + t U(t) \right] t dt = \frac{2 \kappa^* a t_T^2}{3 t_T (r^2 + z_T^2)} (C_1 - C_2 \frac{2}{3} t_T^2) \quad (57)$$

Из соотношения (55), (56), (57) найдем значения постоянных C_1 и C_2 :

$$\left. \begin{aligned} - C_1 &= \frac{Q_0 r R}{cm(R^2 + z_T^2)} \\ C_2 &= \frac{3}{2} \frac{1}{t_T^2} \left[\frac{Q_1 R}{cm(R^2 + z_T^2)} - \frac{3 \kappa^* a t_T}{2 \kappa^* t_T} \right] \end{aligned} \right\}, \quad (58)$$

где $\chi_r = \frac{r^2 + z^2}{dt_r}$.

Учитывая (50) и (56), получим

$$U(t) = \frac{Q_0 \alpha R}{cm(R^2 + z^2)} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{t}{t_r} \right) + \frac{9}{4} \left(\frac{t}{t_r} \right)^2 \frac{\beta g cm (R^2 + z^2) \chi}{Q_0 \kappa \alpha R t_r} \right]. \quad (59)$$

С помощью уравнения (59) определим оптимальный теплоотвод при нагреве тормозных пар и температурные пределы применимости сплавов для изготовления шкивов.

С этой целью значение управляющей функции, т.е. скорость нагрева $U(t)$ из (59) подставим в (47) и найдем минимум интеграла. Функция, обеспечивающая минимум интеграла, позволит определить оптимальный теплоотвод при нагреве тормозных пар, тем самым уменьшит скорость нагрева используемых материалов и уменьшит термонапряжения.

Для удобства расчета обозначим

$$D = \frac{Q_0 \alpha R}{cm(R^2 + z^2)}, \quad B = \frac{\beta g cm (R^2 + z^2) \chi}{Q_0 \kappa \alpha R t_r}, \quad U(t) = D \left[1 - \frac{t}{t_r} \left(\frac{3}{2} + \frac{9}{4} B \right) \right],$$

$$A = \frac{3}{2 t_r^2} \left(1 + \frac{3}{2} B \right).$$

Тогда

$$U(t) = (1 - At^2) D.$$

Подставим значение $U(t)$ в (47):

$$J_1 = \int_0^t U^2(t) dt = \int_0^t (1 - At^2)^2 D^2 dt = D^2 \left(t - 2A \frac{t^3}{3} + A^2 \frac{t^5}{5} \right). \quad (60)$$

В примерах расчета использовались механические характеристики сталей, рекомендованных в работе [7]. 35ХНД (эта-лон) с пределом прочности $\sigma_n = 7 \times 10^7$ Па; 25А1СД - $\sigma_n = 74 \times 10^7$ Па; 15АНМФ - $\sigma_n = 85 \times 10^7$ Па; 20Х2МФ - $\sigma_n = 100 \times 10^7$ Па.

Значение максимально допустимого термического напряжения выбиралось для каждого материала из справочника [8] или рассчитывалось по формуле

$$\sigma_t = \beta E \Delta \nu.$$

Известно, что изменение температуры на поверхности тормозного шкива носит циклический характер и зависит от числа спуско-подъемных операций. В начале спуска ее приращение незначительно. Прирост температуры увеличивается с увеличением времени торможения. Однако тепловое равновесие не наступает вследствие одновременного увеличения теплоотдачи и возрастания работы торможения в процессе спуска.

Полученная управляющая функция (59) оптимизирует теплоотвод при нагреве тормозных лар; выявляет температурные пределы применимости различных сплавов, из которых изготавливаются шкивы.

Приведем пример расчета минимума интеграла J_1 по формуле (60). Исходные данные:

$$\begin{aligned} Q_0 &= 60 \cdot 10^5 \text{ Дж}, R = 0,725 \text{ м}, C = 0,44 \cdot 10^3 \text{ Дж/кг } ^\circ\text{град}, \\ m &= 140 \text{ кг}, z = 0,695 \text{ м}, a = 10,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}, \\ \beta &= 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}, E = 2,185 \cdot 10^7 \text{ Па}, t_T = 10 \text{ с}, \\ t &= (0 \div 10) \text{ с}, z_T = 0,230 \text{ м}, \mu = 0,35. \end{aligned}$$

$$\text{Вычислим} \quad k^* = \frac{4E\beta}{1-\mu} = \frac{4 \cdot 2,185 \cdot 10^7 \cdot 1,25 \cdot 10^{-5}}{1-0,35} = 168 \cdot 10^5,$$

$$x_T = \frac{z^2 + z_T^2}{a t_T} = \frac{0,695^2 + 0,230^2}{10,5 \cdot 10^{-6} \cdot 10} = 5 \cdot 10^3;$$

$$D = \frac{60 \cdot 10^5 \cdot 0,695 \cdot 0,725}{0,44 \cdot 10^3 \cdot 14 (0,725^2 + 0,230^2)} = 848,$$

$$B = \frac{70 \cdot 10^7 \cdot 0,44 \cdot 10^3 \cdot 14 (0,725^2 + 0,230^2) \cdot 5 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^5 \cdot 168 \cdot 10^5 \cdot 0,695 \cdot 0,725 \cdot 10} = 24,55;$$

$$A = \frac{3}{2 \cdot 10^2} \left(1 + \frac{3}{2} \cdot 24,5 \right) = 0,56;$$

$$J_1 = 848^2 \left(10 \cdot 2 \cdot 0,56 \cdot \frac{10^3}{3} + 0,56^2 \cdot \frac{10^5}{3} \right) = 41,6 \cdot 10^8$$

для материала 25Х10Л

$$B = \frac{75 \cdot 10^7 \cdot 0,44 \cdot 10^3 \cdot 14 (0,725^2 + 0,230^2) \cdot 5 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^5 \cdot 168 \cdot 10^5 \cdot 0,695 \cdot 0,725 \cdot 10} = 26,3;$$

$$A = \frac{3}{2 \cdot 10^2} \left(1 + \frac{3}{2} \cdot 26,3 \right) = 0,65;$$

$$J_{12} = 848^2 \left(10 - 2 \cdot 0,65 \cdot \frac{10^3}{3} + 0,65^2 \frac{10^5}{5} \right) = 482 \cdot 10^8;$$

для материала 15 ХНД

$$B = \frac{85 \cdot 10^7 \cdot 0,44 \cdot 10^3 \cdot 14 (0,725^2 + 0,230^2) \cdot 5 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^5 \cdot 168 \cdot 10^5 \cdot 0,695 \cdot 0,725 \cdot 10} = 29,8;$$

$$A = \frac{3}{2 \cdot 10^2} \left(1 + \frac{3}{2} \cdot 29,8 \right) = 0,67,$$

$$J_{13} = 848^2 \left(10 - 2 \cdot 0,67 \cdot \frac{10^3}{3} + 0,67^2 \frac{10^5}{5} \right) = 61,5 \cdot 10^8,$$

для материала 20Х10Д

$$B = \frac{100 \cdot 10^7 \cdot 0,44 \cdot 10^3 \cdot 14 (0,725^2 + 0,230^2) \cdot 5 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^5 \cdot 168 \cdot 10^5 \cdot 0,695 \cdot 0,725 \cdot 10} = 35,0,$$

$$A = \frac{3}{2 \cdot 10^2} \left(1 + \frac{3}{2} \cdot 35 \right) = 0,80,$$

$$J_{14} = 848^2 \left(10 - 2 \cdot 0,80 \cdot \frac{10^3}{3} + 0,80^2 \frac{10^5}{5} \right) = 88,4 \cdot 10^8.$$

Минимум функции J_1 обеспечивает материал марки 25Х10Л, при нагреве тормозных пар которого получаем оптимальный теплоотвод. Тем самым уменьшаем скорость его нагрева и термонапряжение.

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

Q	Количество тепла трения, Дж
c	Удельная теплоемкость материала, Дж/кг ⁰ С
m	Масса шкива, кг
ρ	Плотность материала шкива, кг/м ³
V	Объем шкива, м ³
Δt	Перепад температуры, ⁰ С
$v(\tau, t)$	Текущая температура, ⁰ С
v_{cp}	Температура среды, ⁰ С
$v_{\text{ср}}$	Средняя температура, ⁰ С
v_m	Температура в рассматриваемой точке, ⁰ С
$grad v$	Градиент температуры, ⁰ С/м
$t_{\text{тех}}$	Технологическая температура, ⁰ С
$dv/d\tau$	Градиент температуры по радиусу, ⁰ С/м
A_{t1}	Теплопоглощающая поверхность, м ²
A_{t2}	Охлаждающая поверхность шкива, м ²
A_0	Номинальная площадь трения, м ²
α_0	Коэффициент линейного расширения
$\alpha_{\text{тр}}$	Коэффициент распределения тепловых потоков
λ	Коэффициент теплопроводности материала шкива, Вт/м ⁰ С
r	Текущий радиус шкива, м
z_r	Координата (ширина шкива), м
α	Коэффициент температуропроводности материала шкива, м ² /с
R	Номинальный радиус шкива, м
B_i	Критерий Био
σ_a	Допускаемое напряжение, Па
σ_r	Радиальное напряжение, Па
$\sigma_{\theta\theta}$	Тангенциальное напряжение, Па
κ^*	Коэффициент объемной деформации
E	Модуль упругости, Па
β	Коэффициент линейной термической деформации, ⁰ С ⁻¹
μ	Коэффициент Пуассона
$U(t)$	Управляющая функция
t_r	Время торможения, с

ζ_w	Безразмерная координата времени
$t_{ост}$	Время остывания, с
β'	Коэффициент теплоотдачи, дж/см
$\delta_{эф}$	Эффективная толщина проникновения тепла, м
$W_{тп}$	Полная работа торможения, Дж

ЛИТЕРАТУРА

1. Чичинадзе А.В. Расчет и исследование внешнего трения при торможении. - М.: Наука, 1967. - 331 с.
2. Браун Э.Д., Евдокимов М.А., Чичинадзе А.В. Моделирование трения и изнашивания в машинах. - М.: Машиностроение, 1982. - 191 с.
3. Джанахмедов А.Х. Автомодельная задача контактирующих поверхностей при торможении. - Изд. АН Азерб.ССР, серия наук о Земле, 1966. № 2. - С. 122-129.
4. Фараджев Т.Г., Джанахмедов А.А. Исследование температуры нагрева тормозного шкива буровой лебедки в процессе торможения последующего остывания. - Изд. АН Азерб. ССР, серия физико-технических и математических наук, 1980, № 5, - С. 121-127.
5. Мэнсон С. Температурные напряжения и малоцикловая усталость. - М.: машиностроение, 1974. - 344 с.
6. Понtryгин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. - М.: Наука, 1969. - 384 с.
7. Бабаев С.Г. Надежность и долговечность бурового оборудования. - М.: Недра, 1974. - 183 с.
8. Трение, изнашивание и смазка. Справочник. Кн.2. - М.: Машиностроение, 1979. - 385 с.
9. Чичинадзе А.В., Браун Э.Д., Гинзбург А.Г., Игнатъева Э.В. Расчет испытания и подбор фрикционных пар. - М.: Наука, 1979. - 263 с.
10. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. - М.: Наука, 1981. - 720 с.
11. Ликов В.А. Теория теплопроводности. - М.: Высшая школа, 1967. - 599 с.

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ДАННЫЕ

**РАЗРАБОТКА И ВНЕСЕНА АЗИЙСКИМ МАШУВА АЗССР, ИМАШ
АН СССР**

ИСПОЛНИЛИ: к.т.н. А.А. Джанахмедов (руководитель темы);
д-р т.н. Э.д. Браун, к.т.н. А.Г. Гинзбург, А.М. Алиев

УТВЕРЖДЕНЫ Приказом ВНИИМАШ № 157 от 09.06.1988 г.

ВВЕДЕНА ВПЕРВЫЕ

Содержание

	Стр.
Введение	3
1. Конструкции фрикционных узлов ленточно-коло- дочных тормозов и шинно-пневматических муфт	5
2. Условия работы фрикционных узлов	7
3. Алгоритм расчета	8
Основные обозначения	30
Литература	31

**Обеспечение износостойкости изделий. Расчет тем-
ператур и прогнозирование характеристик трения фрик-
ционных устройств (тормозов и муфт)**

Рекомендации Р 50-54-97-88

Редактор Волкова А.И.

Мл. редактор Еремеева Т.В.

ВНИИМАШ Госстандарта СССР

Ротапринт ВНИИМАШ 123007 Москва, Д-7, ул. Шенюгина, 4

Тираж 300 экз. Объем 2 уч.-изд. л.

Цена 60 к.

Заказ № 4000-88-1.07.12 88г.